

Admissibilité – Test d'évaluation – Mai 2024

**Mathématiques appliquées à la construction**

*Durée : 2 heures*

*Consignes : Répondre directement sur la présente feuille si possible. Autrement, réponses sur papier libre, en indiquant bien les numéros des questions traitées.*

**Sujet**

Les images ci-dessous représentent un bâtiment d'activités, la Halle S // 46 à Altenkirchen (Allemagne), réalisé par les architectes Aretz Durr en 2024. Ce bâtiment affiche sans ambiguïté sa structure porteuse et présente une logique constructive simple, permettant ainsi une analyse immédiate et une application directe de certaines notions scientifiques et mathématiques basiques, relatives, par exemple, à l'équilibre statique ou à l'impact carbone.



*Vue de la façade principale*



*Vue de la façade latérale avec les port-à-faux*

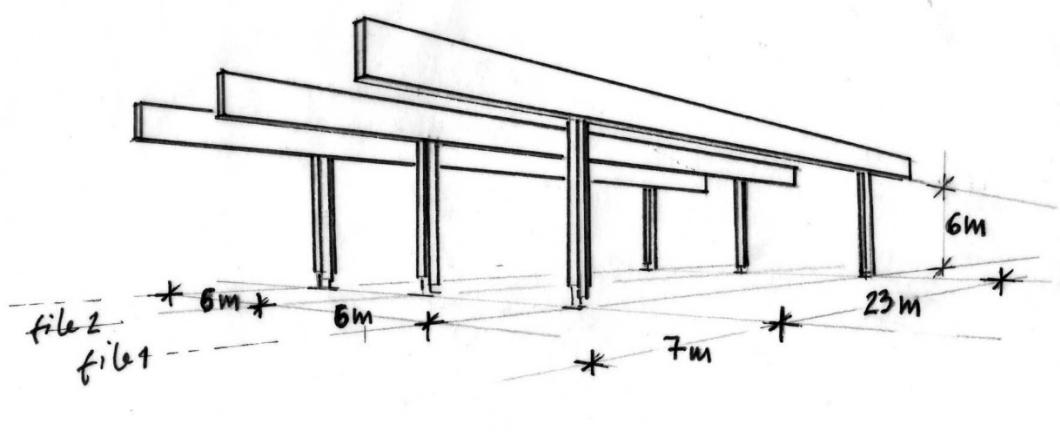
La structure du bâtiment est constituée d'une trame de portiques en BLC (Bois Lamellé Collé), avec un entraxe de 6m ; les poutres présentent des porte-à-faux symétriques, dépassant la façade de chaque côté pour venir créer des auvents. L'emprise au sol du bâtiment est d'environ 23 m sur 60 m.



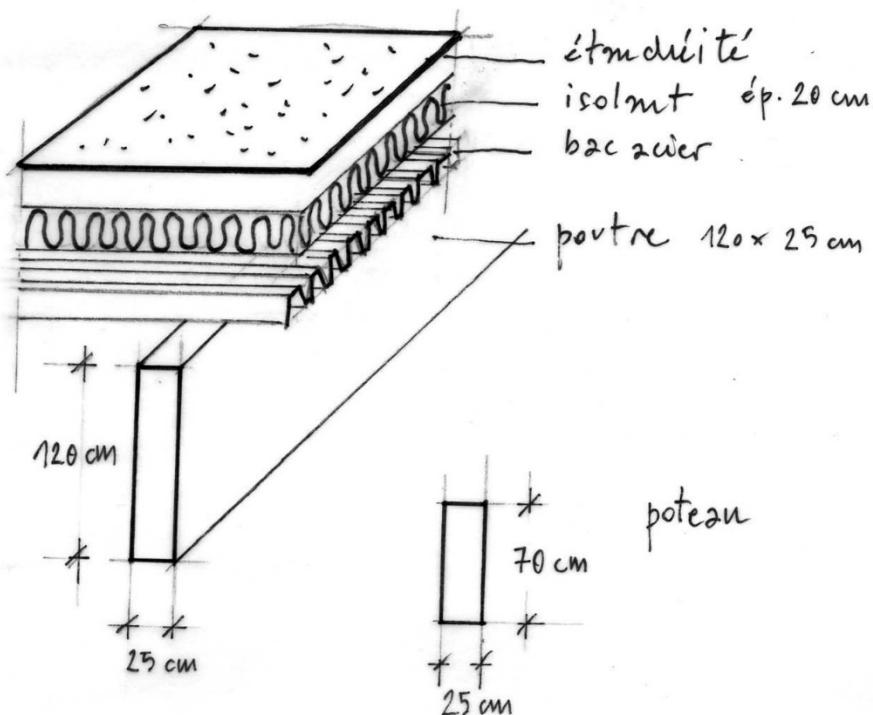
*Vue de chantier, montant clairement la trame structurelle en BLC*

### Question 1 (2 points)

Le croquis ci-dessous représente le principe structurel du bâtiment avec les côtes principales: une trame de portiques avec un entraxe de 6m, une portée entre appuis de 23 m et, de chaque côté du bâtiment, un porte-à-faux de 7m. Le croquis de détail, plus bas, montre la composition de la toiture et les dimensions des principaux éléments constructifs. Les poutres mesurent 120 x 25 cm et les poteaux 70 x 25cm. L'isolant en laine de bois a une épaisseur de 20cm.



*Portion de la structure porteuse*



*Détail et dimension des éléments constructifs principaux (structure et couverture)*

Sur la base de ces croquis et des photos ci-dessus, représenter :

- 1- La vue en plan
- 2- La vue en « plancher haut », avec les côtes principales

de la structure porteuse seule.

Note : une vue en "plancher haut" est une coupe à 1 m du sol fini du niveau considéré (ici le RDC), mais en représentant les arêtes vues en plafond, et non au sol. Seuls les éléments de la structure porteuse sont représentés. Aucun élément de second œuvre n'est représenté. La vue reste orientée comme une vue en plan traditionnelle, et n'est pas inversée comme ce que verrait un œil orienté vers le haut. Très exactement, une vue en plancher haut représente ce que l'on verrait dans un miroir posé au sol, tous éléments non structuraux enlevés.

*Plan*

*Plan de « plancher haut »*

### **Question 2 (2 points)**

Calculer la masse par mètre carré (en kg/m<sup>2</sup>) de la toiture (structure + couverture), avec les hypothèses suivantes et en faisant référence aux côtes indiquées dans le plan et le croquis présentés dans la question 1. Pour faciliter le calcul, les masses par m<sup>2</sup> du bac acier et de l'étanchéité sont données.

Masse volumique  $\rho$  bois : 500 kg/m<sup>3</sup>

Masse volumique  $\rho$  acier (pour info) : 7.850 kg/m<sup>3</sup>

Masse volumique  $\rho$  isolant laine de bois : 55 kg/m<sup>3</sup>

Masse par m<sup>2</sup> bac acier ép.1,25 mm : 14 kg /m<sup>2</sup>

Masse par m<sup>2</sup> étanchéité ép. 2,5mm : 4 kg/m<sup>2</sup>

NOTA : la masse M d'un élément de volume V se mesure en (kilo)grammes et est liée à la masse volumique  $\rho$  par la relation suivante :  $M \text{ (kg)} = V \text{ (m}^3\text{)} \times \rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$

Masse par m<sup>2</sup> poutres bois : .....kg/m<sup>2</sup>

Masse par m<sup>2</sup> bac acier : .....kg/m<sup>2</sup>

Masse par m<sup>2</sup> isolant : .....kg/m<sup>2</sup>

Masse par m<sup>2</sup> étanchéité : .....kg/m<sup>2</sup>

Masse par m<sup>2</sup> TOTALE : .....kg/m<sup>2</sup>

### **Question 3 (2 points)**

En prenant par hypothèse que la masse par m<sup>2</sup> de la toiture, comprenant les éléments constructifs (structure + couverture) et la surcharge due aux équipements intérieurs (portes sectionnelles, lumières, etc...) est égale à un total de 65 kg/m<sup>2</sup>, calculer les poids par m<sup>2</sup> (poids surfacique) et le poids qui s'exerce sur 1 mètre linéaire de poutre (poids linéique).

NOTA : Le poids est une force de gravité exercée par un astre sur tout corps matériel, dirigée vers le centre de cet astre et proportionnelle à la masse du corps. Le poids se mesure en Newton (N) et il est lié à la masse par la relation suivante :  $P \text{ (N)} = M \text{ (kg)} \times g \text{ (ms}^{-2}\text{)}$

A la surface de la terre l'accélération de gravité  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Calculer :

1- Le poids total s'exerçant sur 1m<sup>2</sup> de toiture (poids surfacique) :

Poids surfacique : .....N/m<sup>2</sup>

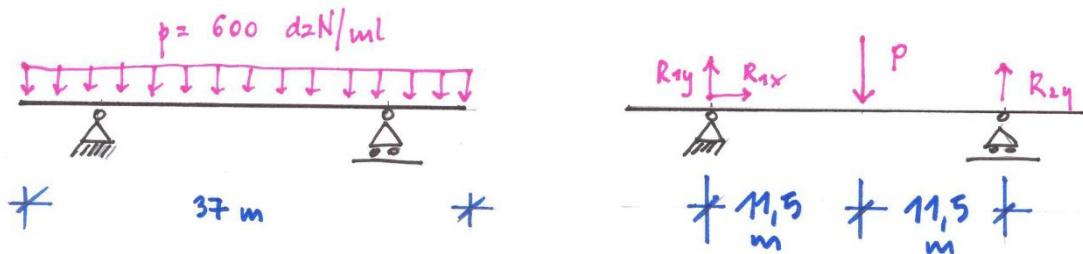
2- Le poids total s'exerçant sur 1m linéaire de poutre (poids linéique) :

Poids linéique : .....N/m

## **Question 4 (4 points)**

En prenant en compte le poids de la toiture (poids propre) et la surcharge due à la neige, on considère que le poids linéaire s'exerçant sur chaque poutre est égal à  $p = 600$  daN/m.

NOTA : 1 déca Newton = 1 da N = 10 N



Les calculs de résistance des matériaux de l'ingénierie moderne utilisent des modèles abstraits, représentés conventionnellement comme dans les schémas ci-dessus, pour calculer la façon dont ce poids linéaire se reporte sur les appuis de la poutre (poteaux), ce que l'on appelle la « descente des charges ». Ces modèles aboutissent à des systèmes d'équation comme celle-ci :

$$R_1y + R_2y = P$$

$$P \times 11,5 - R_2 y \times 23 = 0$$

NOTA : la force concentrée  $P$  (en daN) est la résultante de la force répartie linéique  $p$  (en daN / m) sur toute la longueur de la poutre (en m).

Calculer les valeurs de  $R_1y$  et  $R_2y$  :

---

---

---

---

---

---

---

---

---

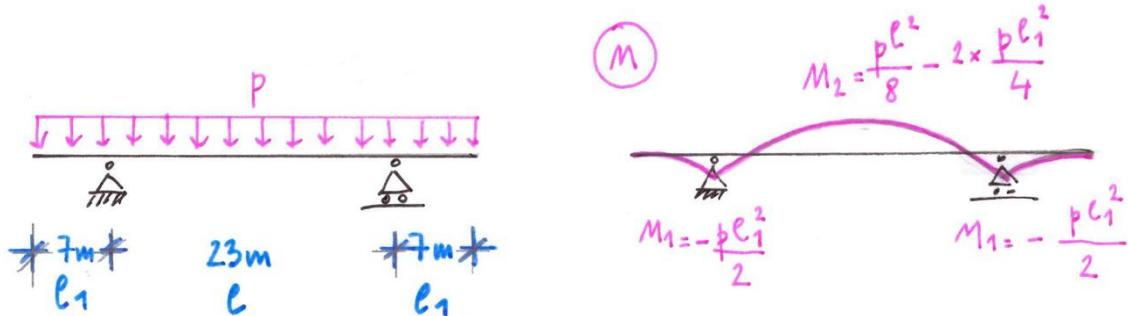
---

Que remarque-t-on ?

.....

### Question 5 (5 points)

Sous l'effet de ce poids linéique, la poutre se déforme et des efforts internes se développent dans le bois. Un de ces efforts internes s'appelle Moment fléchissant, on le note  $M$ . Son intensité varie le long de la poutre, suivant le diagramme ci-dessous.



1- Avec les valeurs de  $p$ ,  $\ell$  et  $I_1$  donnés dans la question précédente (rappel :  $p=600\text{daN/m}$  ;  $\ell=23\text{m}$  ;  $I_1=7\text{m}^3$ ), calculer la valeur maximale du moment fléchissant  $M$ .

$M_1 :$  .....

$M_2 :$  .....

$M_{\text{maxi}}$  : .....

2- On fait l'hypothèse que la structure est composée de poutres avec la même portée de  $23\text{m}$ , mais sans porte-à-faux ; dans ce cas, le moment fléchissant  $M$  varie le long de la poutre suivant le diagramme ci-dessous. Calculer la valeur maximale de  $M$  dans ce cas de figure. Rappel :  $p=600 \text{ daN/m}$



$M_{\text{maxi}}$  : .....

3- Que peut-on déduire en comparant les valeurs de  $M$  dans les deux cas ?

### **Question 6 (2 points)**

A votre avis, quels éléments constructifs permettent de reprendre et transmettre au sol les efforts horizontaux (par exemple, vent et séisme) ?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Les larges débords de toiture présents de chaque côté offrent une prise au vent importante, qui aura la tendance à soulever le bâtiment. A votre avis, quels éléments permettent de le stabiliser et de le maintenir en place ?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### **Question 8 (3 points)**

On sait que l'impact environnemental de la construction est un facteur déterminant qui doit être pris en compte dès le début de conception. Cet impact est dû à plusieurs facteurs : l'énergie consommée pour produire les matériaux et pour les mettre en œuvre, l'énergie consommée pendant la durée de vie du bâtiment (pour chauffer, rafraîchir, faire fonctionner les différents équipements, etc..), la quantité de polluants diffusée dans l'air extérieure et intérieure, etc. Parmi ces facteurs, la quantité de CO<sub>2</sub> émise par un matériaux pendant son cycle de vie est appelé « impact carbone ». On peut assez facilement calculer cet impact, en multipliant la masse M (en m<sup>3</sup>) de la matière utilisée par la valeur des émissions de CO<sub>2</sub>/ m<sup>3</sup>, fournie par le fabricant.

En sachant que le Bois Lamellé Collé émet environ 50kg CO<sub>2</sub>/ m<sup>3</sup>, calculer l'impact carbone de la structure seule du bâtiment étudié.

1- Masse totale de la structure en bois (poteaux + poutres, on néglige les éléments en bois secondaires):

Masse poutres : .....

.....  
.....

Masse poteaux : .....

.....

.....

Masse totale : .....

.....

2- Impact carbone total de la structure bois : .....

.....

.....

3- En sachant que, par exemple, le béton armé a un impact carbone de  $395 \text{ kg/ m}^3$ , pensez-vous que le bois soit une bonne option pour une construction plus durable? est-ce que dans le choix du matériau y a-t-il, à votre avis, d'autres facteurs à prendre en compte que l'impact carbone ? Développer.

.....

.....

.....

.....