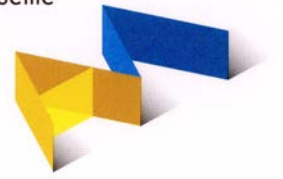


Formation professionnelle continue

Admissibilité

École
Nationale
Supérieure
d'Architecture
de Marseille



Test d'évaluation de Mathématiques appliquées à la construction

Avril 2022

Durée : 2 heures

Répondre directement sur la présente feuille si possible. Autrement, réponses sur papier libre, en indiquant bien les numéros des questions traitées.

Sujet

Les images ci-dessous représentent la tour Mjøs, ou « tour du lac Mjøsa », en Norvège, qui est le plus haut bâtiment réalisé en charpente bois à ce jour. La tour a été réalisée par l'entreprise Hent, avec les architectes Voll Arkitekter et le bureau d'ingénierie Sweco, entre 2016 et 2019. La structure porteuse principale est composée de poteaux et de poutres en bois lamellé-collé de fortes sections. Le bâtiment comporte 17 niveaux y compris le rez-de-chaussée, et a une hauteur totale de 85 m. Il abrite un restaurant, des bureaux, un hôtel et des logements.



Il s'agit d'esquisser une approche mathématique de l'équilibre statique de quelques éléments structuraux de base de cette construction.

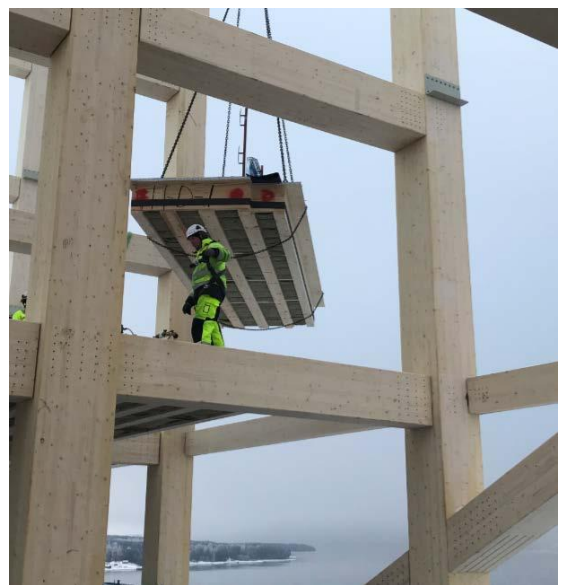


Vue de la façade principale et de la façade latérale

L'édifice a une emprise au sol rectangulaire de 38 x 17,60 m. La structure porteuse principale est composée de 6 files d'appuis (poteaux et poutres primaires), perpendiculaires aux façades principales, supportant des planchers préfabriqués de 7,50 m de portée. Ces planchers sont constitués de solives et d'un platelage en bois lamellé collé, avec un isolant en laine de roche inséré entre les solives. Le rez-de-chaussée a une hauteur de 5 m, tandis que les étages courants ont une hauteur de 4,0 m. De grandes poutres diagonales sont positionnées en périphérie et assurent le contreventement de l'ensemble.



Structure porteuse d'ensemble

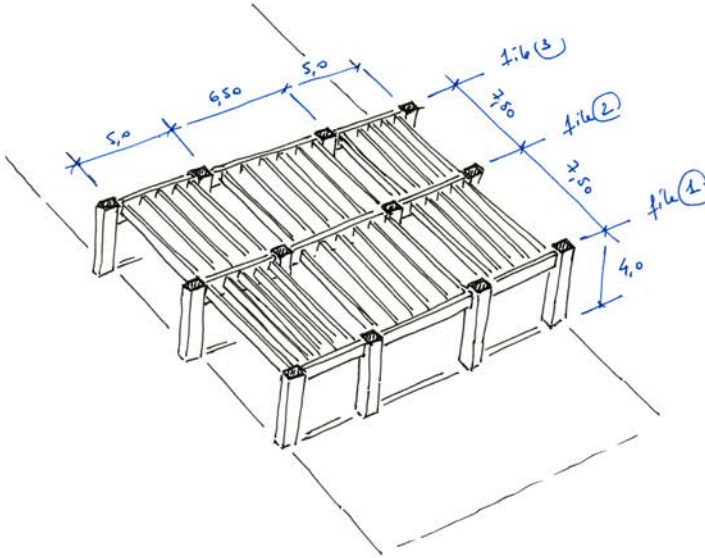


Poteaux, poutres primaires et planchers

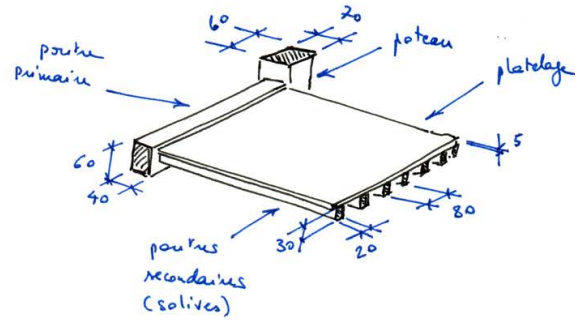
Question 1 (4 points)

Le croquis en perspective, ci-dessous à gauche, représente une portion de la structure courante d'un étage : 3 files d'appui constituées chacune de 4 poteaux et de 3 poutres primaires, ainsi que les solives des planchers.

Le croquis de droite montre le détail des dimensions des principaux éléments structuraux : poteau, poutre primaire, solives et platelage.



Portion de la structure courante d'un étage (3 files d'appui)



Détail et dimensions des sections

Représenter ci-dessous, à main levée:

- 1) la vue en plan,
- 2) la vue en "plancher haut", avec les dimensions (cotes) principales.

de la portion de structure porteuse représentée ci-dessus à gauche.

Note : une vue en "plancher haut" est une coupe à 1 m du sol fini du niveau considéré (ici le RDC), mais en représentant les arêtes vues en plafond, et non au sol. Seuls les éléments de la structure porteuse sont représentés. Aucun élément de second oeuvre n'est représenté. La vue reste orientée comme une vue en plan traditionnelle, et n'est pas inversée comme ce que verrait un œil orienté vers le haut. Très exactement, une vue en plancher haut représente ce que l'on verrait dans un miroir posé au sol, tous éléments non structuraux enlevés.

Vue en plan

Plancher haut

Question 2 (2 points)

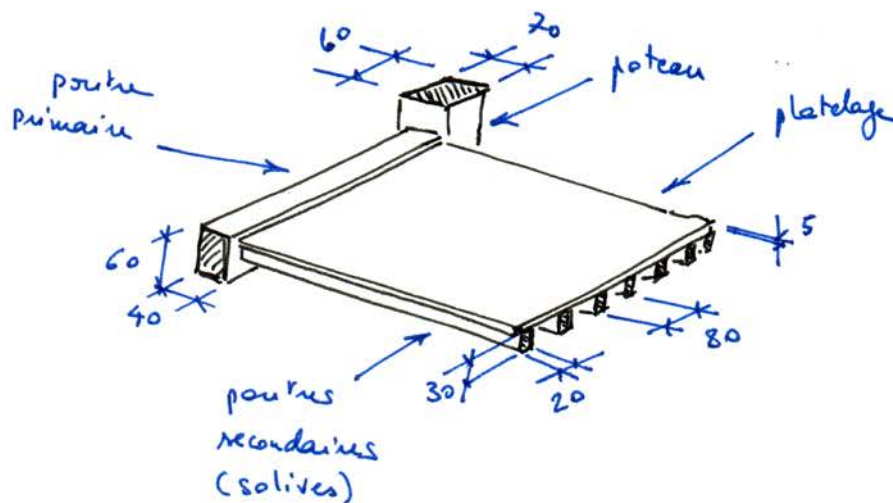
Calculer la masse par mètre carré (en kg/m²) de la structure de plancher (platelage + solives), avec les hypothèses suivantes :

Masse volumique du bois : 500 kg/m³

Entraxe des solives : 80 cm

Épaisseur des panneaux de bois constituant le platelage : 5 cm

Note : la masse M d'un élément structural de volume V se mesure en kilogrammes, et est liée à la masse volumique ρ par la relation suivante : $M \text{ (kg)} = V \text{ (m}^3\text{)} \times \rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$



Détail et dimensions des sections

Masse par m² du platelage :kg/m²

Masse par m² des solives :kg/m²

Masse par m² totale :kg/m²

Question 3 (2 points)

Le poids est une force de gravité exercée par un astre sur tout corps matériel, dirigée vers le centre de cet astre. Le poids se mesure en Newton, et est lié à la masse par la relation suivante :

$$P \text{ (N)} = M \text{ (kg)} \times g \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

A la surface de la Terre, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

En prenant pour hypothèse que la masse par m^2 du plancher, additionnée à la masse par m^2 des revêtements de sol, des cloisons, du mobilier et des occupants, est égale au total à **440 kg/m²**, calculer :

1) Le poids total s'exerçant sur 1 m^2 de plancher (que l'on appelle poids surfacique) :

Poids surfacique :N/m²

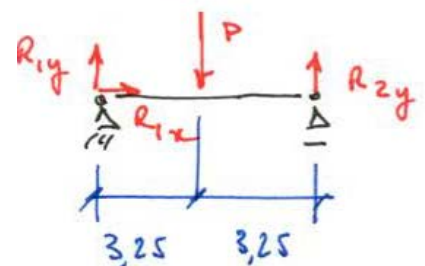
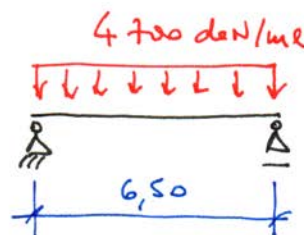
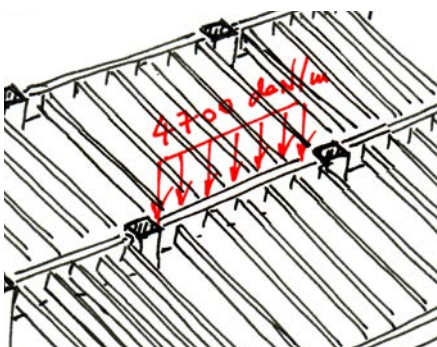
2) Le poids total qui s'exerce sur 1 mètre linéaire de solive (que l'on appelle poids linéique) :

Poids linéique :N/m

Question 4 (4 points)

Un jour de faible occupation du bâtiment, le poids linéique s'exerçant sur une poutre primaire, exprimé cette fois en déca Newton par mètre (1 déca Newton = 1 daN = 10 N) est égal à $p = 4\,700 \text{ daN/m}$.

Les calculs de résistance des matériaux de l'ingénierie moderne utilisent des modèles abstraits représentés conventionnellement comme indiqué ci-dessous, pour calculer d'abord les "descentes de charges", c'est à dire la façon dont ce poids linéique se reporte sur les appuis de la poutre (poteaux).



Ces modèles aboutissent à des équations qu'il faut savoir résoudre, comme celle ci :

$$\begin{aligned} R_{1y} + R_{2y} &= 30\,550 \\ 30\,550 \times 3,25 - R_{2y} \times 6,50 &= 0 \end{aligned}$$

Calculer les valeurs de R_{1y} et R_{2y} :

.....

.....

.....

.....

.....

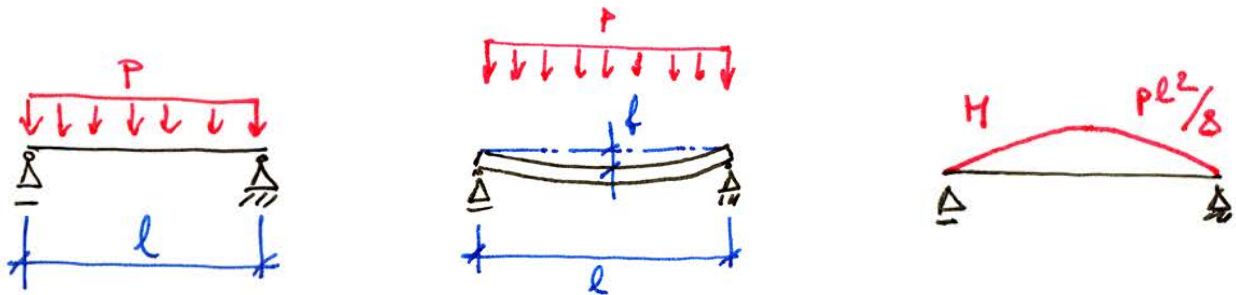
Que remarque-t-on ?

.....

Question 5 (4 points)

Sous l'effet de ce poids linéique, la poutre se déforme, et des efforts internes se développent dans le bois. Un de ces efforts internes s'appelle le moment fléchissant, on le note M . Son intensité varie le long de la poutre, suivant le diagramme représenté ci-dessous à droite.

Dans ce cas-ci, son intensité maximale est donnée par la formule : $M = p \times l^2/8$.



Avec les valeurs de p et l données dans la question précédente, calculer la valeur du moment fléchissant M dans la poutre, à mi-portée (c'est à dire là où il est maximal) :

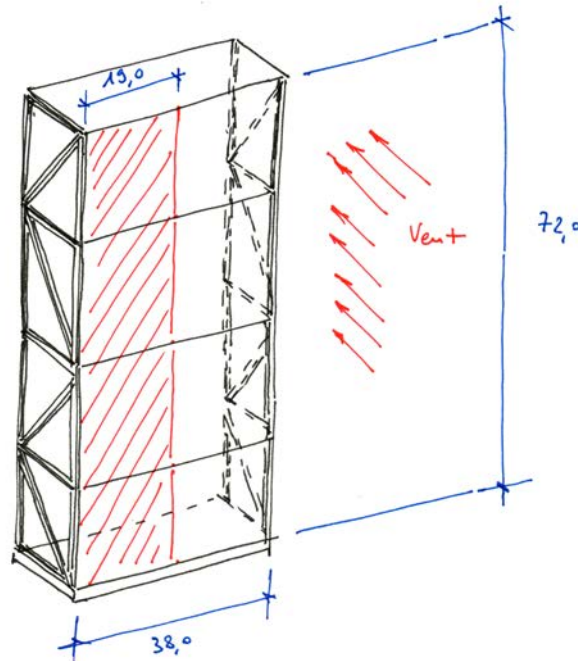
$M_{\text{mi-portée}} = \dots\dots\dots \text{daN.m}$

Note: si p est exprimé en déca-Newton (daN), l en mètres (m), alors M sera exprimé en déca-Newton-mètres (daN.m).

Question 6 (4 points)

On étudie maintenant la descente des charges horizontales dues au vent qui s'exerce sur les grandes façades principales.

Comme on le voit sur le croquis ci-dessous, le dispositif de contreventement est constitué par les deux façades latérales, qui se comportent comme deux immenses poutres treillis verticales (grâce aux poutres diagonales insérées entre les poteaux), encastrées en pied sur une épaisse fondation en béton armé, et auxquelles les planchers retransmettent les charges de vent.

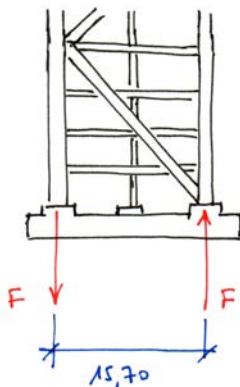


Sur la perspective ci-dessus, la surface hachurée en rouge représente la bande de charge d'une de ces poutres treillis verticales : tout se passe comme si la pression exercée par le vent sur cette surface était entièrement reportée sur la poutre treillis de gauche.

1) En considérant que la pression dynamique du vent se traduit par une pression moyenne $w = 100 \text{ daN/m}^2$, en déduire l'intensité totale de la force W exercée par le vent sur la poutre treillis, en daN **(1 point)**.

$W = \dots\dots\dots \text{daN}$

2) Cette force du vent se traduit par un couple de forces F , égales et opposées, exercées par la poutre treillis sur la fondation en béton armé, comme représenté sur le dessin ci-dessous.



L'équilibre statique de la tour se traduit ici par la relation suivante entre forces et distances (les unités de mesure sont indiquées entre parenthèses) :

$$F \text{ (daN)} \times 15,70 \text{ (m)} = W \text{ (daN)} \times 36,0 \text{ (m)}$$

En supposant que W , après application de coefficients de sécurité, est égale à $205\,200 \text{ daN}$, calculer l'intensité de la force F en daN **(1 point)** :

.....

.....

.....

3) Pour éviter que l'effet du vent provoque un soulèvement de la fondation en béton armé, celle-ci doit avoir un volume suffisant pour servir de lest.

Le poids de ce lest doit donc être au moins égal à la force de soulèvement F.

En supposant que la force de soulèvement F, ici réduite grâce au poids propre de la tour, a une intensité égale à 250 000 daN, calculer le volume de béton armé nécessaire pour stabiliser cette tour (2 points).

Rappel :

$$P (N) = M (kg) \times g (m/s^2).$$

$$M (kg) = V (m^3) \times \rho (kg/m^3)$$

$$\text{A la surface de la Terre :} \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{Masse volumique du béton armé :} \quad \rho = 2\,500 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Unités des forces :} \quad 1 \text{ daN} = 10 \text{ N}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Que peut-on en conclure ?

.....